

Ковельський медичний коледж

ЗАВДАННЯ

для проведення II етапу Восьмої Всеукраїнської олімпіади

з математики серед студентів перших курсів

ВНЗ I-II рівнів акредитації

2017 р.

1. Розв'язати рівняння:

$$x^3 + x^2 + x + x^{-1} + x^{-2} + x^{-3} = 6.$$

2. Розв'язати рівняння:

$$\lg x + \lg \sqrt[3]{x} + \lg \sqrt[9]{x} + \dots = 3.$$

3. Розв'язати рівняння:

$$\sin x + \cos x + \sin x \cos x = 1.$$

4. При яких значеннях параметра a рівняння

$$2^{2x^2+4a^2-2a} - 2 \cdot 2^{x^2+a(2a-1)+3ax-3} + 2^{6ax-6} = 0$$

має єдиний корінь?

5. Знайти, за яких значень параметра a сума кубів коренів

рівняння $6x^2 + 6(a-1)x - 5a + 2a^2 = 0$ буде найбільшою.

6. На озері від пристані одночасно відпливають два катери. Один з них рухається зі швидкістю 25 км/год під кутом 30° до берега, а інший – зі швидкістю 30 км/год перпендикулярно до берега. Якою буде відстань між човнами через 6 хв?

7. Відомо, що число α є коренем рівняння $x^3 - 3x - 1 = 0$.

Знайдіть значення виразу $\alpha^4 + 2\alpha^3 - 3\alpha^2 - 7\alpha + 2017$.